***Thème* : Nombres et calculs**

Intervalles et valeur absolue

Définitions

Soient a et b deux nombres réels.

- On appelle **intervalle fermé** $[a\,;b]$ l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leqslant x \leqslant b$.
- On appelle **intervalle ouvert** $]a\,;b[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $a < x < b$.
- On définit de même les intervalles $[a\,;b[$ et $]a\,;b]$.
- On note $[a\,;+\infty[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $x \geqslant a$.
- On note $]a\,;+\infty[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $x > a$.
- On définit de même $]-\infty\,;a]$ et $]-\infty\,;a[$.

NOTATION

- Le symbole $+\infty$ se lit « plus l'infini ».
- Le symbole $-\infty$ se lit « moins l'infini ».

Définitions

Soient I et J deux intervalles.

- **L'intersection** de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I et à J.
- **La réunion** de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J.

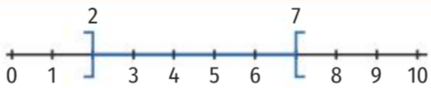
NOTATION

- L'intersection de deux intervalles I et J se note $\mathrm{I} \cap \mathrm{J}$.
- La réunion de deux intervalles I et J se note $\mathrm{I} \cup \mathrm{J}$.

EXEMPLES

- La réunion des intervalles $[3\,;7]$ et $[4\,;10]$ est l'intervalle $[3\,;10]$. On note $[3\,;7] \cup [4\,;10]$.
- L'intersection des intervalles $[3\,;7]$ et $[4\,;10]$ est l'intervalle $[4\,;7]$. On note $[3\,;7] \cap [4\,;10]$.

On peut représenter graphiquement un intervalle sur une droite graduée :

Intervalle	Représentation graphique
$[-3\,;4]$	
$]2\,;7[$	

On a dessiné des crochets au bord de l'intervalle pour indiquer s'il est ouvert ou fermé.

Définitions

- On appelle **valeur absolue** d'un nombre réel x la distance entre x et 0. On la note $|x|$.
- Soient a et b deux nombres réels. On appelle **distance** entre a et b le nombre $|a-b|$.

Propriété (admise)

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$.

Remarque : Si a et r sont deux réels avec $r > 0$:
$x \in [a-r\,;a+r] \Leftrightarrow |x-a| \leqslant r$.

EXEMPLES

- $|5| = 5$ et $|-2| = 2$
- $x \in [-2\,;4] \Leftrightarrow x \in [1-3\,;1+3] \Leftrightarrow |x-1| \leqslant 3$